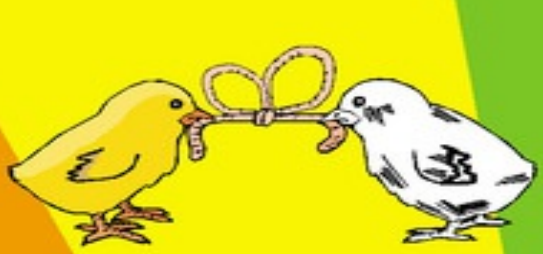
VISIT…

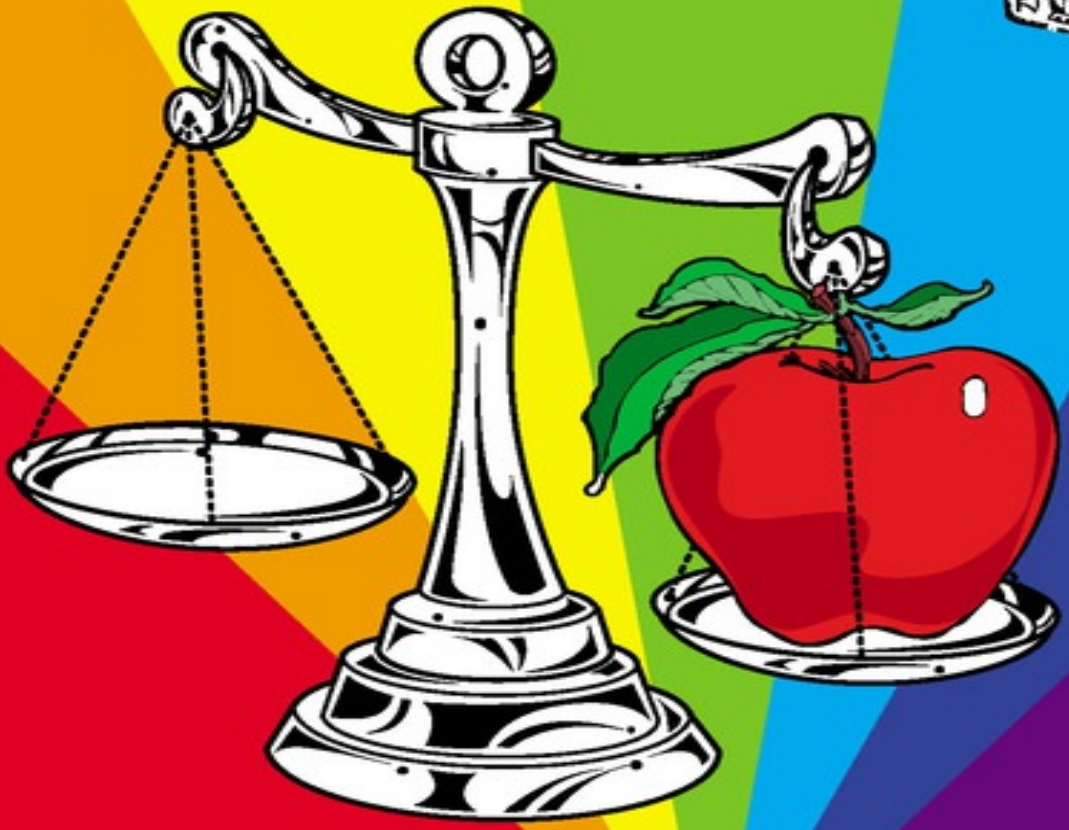
Я.И. ПЕРЕЛЬМАН

ГОЛОВОЛОМКИ

Выпуск

1





Annotation

Увлекательные и каверзные головоломки для юных математиков.

Непростые, но интересные задачи научат логически рассуждать и нестандартно мыслить.

- Яков Исидорович Перельман
  - Десять легких задач
    - 1. Бочки
    - 2. До половины
    - 3. Невозможное равенство
    - 4. Число волос
    - 5. Цена переплета
    - 6. Цена книги
    - 7. Головы и ноги
    - 8. На счетах
    - 9. Редкая монета
    - 10. Спаржа
    - Решения задач 1-10
  - Десять задач потруднее
    - 1. Сколько прямоугольников
    - 2. Реомюр и Цельсий
    - 3. Столяр и плотники
    - 4. Девять цифр
    - 5. Книжный червь
    - 6. Сложение и умножение
    - 7. Стрельба на пароходе
    - 8. Под водой
    - 9. Как это сделано?
    - 10. Скорость поезда
    - Решения задач 1-10
  - Десять затруднительных положений
    - 1. Жестокий закон
    - 2. Милостивый закон
    - 3. Учитель и ученик

        - 4. На болоте
        - 5. Три разведчика
        - 6. Слишком много предков
        - 7. В ожидании трамвая
        - 8. Куда девался гость?
        - 9. Без гирь
        - 10. На неверных весах
        - Решения задач 1-10
    - Десять замысловатых задач
        - 1. Дешевый сторож
        - 4. Ящик
        - 5. Две цепи
        - 6. Мешки с мукой
        - 7. Три дочери и два сына
        - 8. Две свечи
        - 9. Девятьсот поклонников
        - 10. Наследство раджи
        - Решения задач 1-10
    - Десять задач о Земле и небе
        - 1. Всюду юг!
        - 2. По телефону
        - 3. Где начинаются дни недели?
        - 4. Наперегонки с Землей
        - 5. Закат солнца
        - 6. Турецкий флаг
        - 7. Задача-шутка
        - 8. Закат Луны
        - 9. Броненосец
        - 10. Пароход и пловец на Луне
        - Решения задач 1-10
- notes
    - 1
    - 2
    - 3
    - 4

Яков Исидорович Перельман
Головоломки. Часть первая

Десять легких задач

1. Бочки

В магазин доставили 6 бочек керосина. На рис. 1 обозначено, сколько ведер было в каждой бочке. В первый же день нашлось два покупателя; один купил целиком две бочки, другой – три, причем первый купил вдвое меньше керосина, чем второй. Так что не пришлось даже раскупоривать бочки.

Из 6 бочек на складе осталась всего одна. Которая?

Рис. 1. Бочки с керосином

2. До половины

Бочка заполнена водой примерно наполовину. Но вы хотите узнать, точно ли до половины в ней налито воды. У вас нет ни палки, ни какого-либо другого инструмента для замера содержимого бочки. Втулки бочка не имеет.

Каким образом можно узнать, ровно ли наполовину заполнена бочка?

3. Невозможное равенство

Кстати, о полупустой бочке. Полупустая бочка – это ведь то же, что и полуполная. Но если половины равны, то должны быть равны и целые. Полупустая бочка равна полуполной – значит, пустая бочка должна равняться полной. Выходит, что пустой равен полному!

Почему получился такой несообразный вывод?

4. Число волос

Как вы думаете: существуют ли на свете два человека с одинаковым числом волос? Вы можете ответить, что два совершенно лысых человека имеют волос поровну, потому что и у того, и у другого ноль волос. Это, если хотите, правильно.

Но я спрашиваю не о безволосых людях, а о таких, у которых на голове имеются густые волосы. Найдутся ли в мире два человека с совершенно одинаковым числом волос на голове? А может быть, двое таких людей отыщутся в Ленинграде или в Москве?

5. Цена переплета

Книга в переплете стоит 2 руб. 50 коп. Книга на 2 руб. дороже переплета. Сколько стоит переплет?

6. Цена книги

Иванов приобретает все нужные ему книги у знакомого ему книготорговца со скидкой 20 %. С 1 января цены всех книг повышены на 20 %. Иванов решил, что он будет теперь платить за книги столько, сколько остальные покупатели платили до 1 января.

Прав ли он?

7. Головы и ноги

На лугу паслись лошади под присмотром пастухов. Если бы вы пожелали узнать, сколько всех ног на лугу, то насчитали бы 82 ноги. А если бы пересчитали головы, то оказалось бы, что всех голов – лошадиных и человеческих – 26.

Сколько на лугу лошадей и сколько пастухов? Надо заметить, что ни безногих лошадей, ни калек-пастухов на лугу не было.

8. На счетах

Вы, без сомнения, умеете считать на конторских счетах и понимаете, что отложить на них 25 руб. – задача очень легкая (рис. 2).

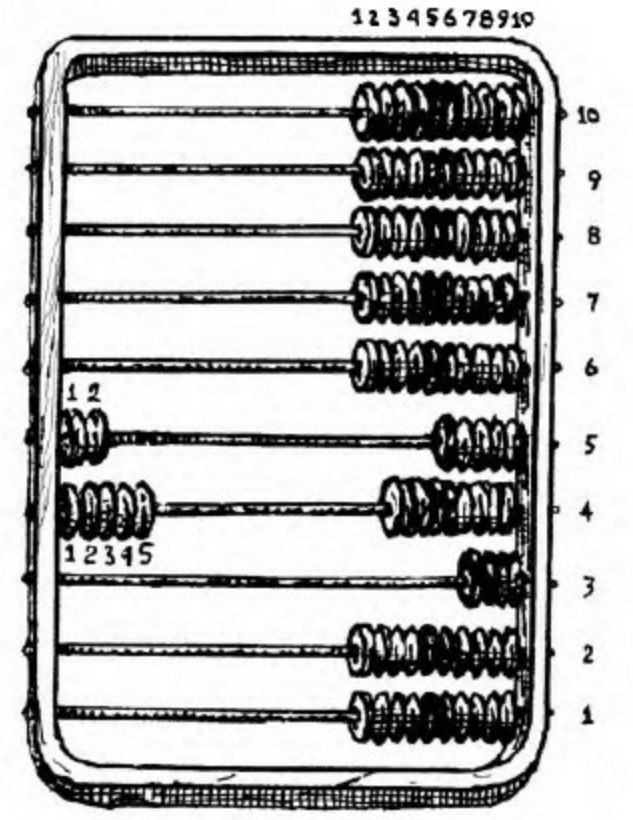


Рис. 2. На конторских счетах отложено 25 семью косточками

Но задача станет замысловатее, если вам поставят условие: сделать это так, чтобы отодвинуть не 7 косточек, а 25.

Попробуйте, в самом деле, показать на конторских счетах сумму в 25 руб., отложив ровно 25 косточек. Конечно, на практике так никогда не делается, но задача все же разрешима, и ответ довольно любопытен.

9. Редкая монета

Собирателю редкостей сообщили, что в Риме при раскопках найдена монета с надписью по-латыни:

53 год до Р. Х.

– Монета, конечно, поддельная, – ответил собиратель.

Как он узнал это, не видя ни самой монеты, ни даже ее изображения?

10. Спаржа

Одна женщина обыкновенно покупала у зеленщика спаржу большими пучками, каждый 40 см в окружности. Покупая, она мерила их, чтобы убедиться, что ее не обманывают. Но однажды у торговца не оказалось 40-сантиметрового пучка, и он предложил покупательнице за те же деньги два тонких пучка, каждый по 20 см в обхвате.

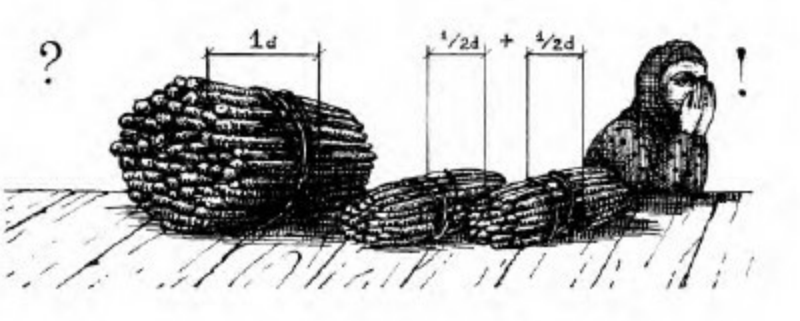


Рис. 3. Как выгоднее покупать спаржу?

Женщина обмерила пучки и, убедившись, что обхват каждого действительно равен 20 см, заплатила зеленщику столько же, сколько платила раньше за один толстый пучок.

Она прогадала или выгадала на этой покупке?

Решения задач 1-10

1. Первый покупатель купил 15-ведерную и 18-ведерную бочки. Второй – 16-ведерную, 19-ведерную и 31-ведерную.

В самом деле:

15 + 18 = 33,
16 + 19 + 31 = 66,

т. е. второй покупатель приобрел вдвое больше керосина, чем первый.

Осталась непроданной 20-ведерная бочка. Это единственный возможный ответ. Другие сочетания не дают требуемого соотношения.

2. Самый простой способ – наклонить бочку так, чтобы вода дошла до края. Если при этом дно бочки немного обнажится, то значит, вода стояла ниже половины. Если дно окажется ниже уровня воды, значит, воды было налито больше, чем до половины. И наконец, если верхний край дна будет как раз на уровне воды, значит, бочка была наполнена ровно наполовину.

3. Полупустая бочка есть не половина пустой бочки, а такая бочка, одна половина которой пуста, а другая – полна. Мы же рассуждали так, как будто слово «полупустая» значит «половина пустой бочки», а слово «полуполная» – «половина полной». Не удивительно, что при таком неправильном понимании мы пришли к неправильному выводу.

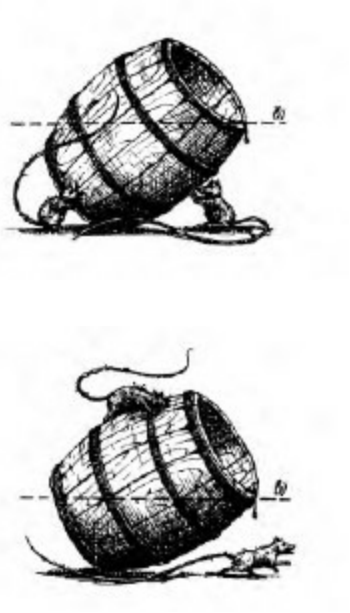


Рис. 4. Сколько воды в бочке?

4. Прежде чем решать задачу, задайте себе вопрос: чего больше – людей на свете или волос на голове одного человека? Разумеется, людей на свете неизмеримо больше, чем волос на голове. У нас их всего 150 – 200 тысяч, людей же на свете 1800 миллионов.[1]

А если так, то непременно должны существовать люди с одинаковым числом волос! И не только во всем мире, но даже в каждом многолюдном городе, насчитывающем больше 200 тысяч жителей. В Москве $1^1/_2$ миллиона жителей, и, значит, десятки москвичей должны иметь одинаковое число волос. Ведь не может же быть полтора миллиона *различных целых чисел,* среди которых ни одно не оказалось бы больше 200 000.

5. Обычно, не подумав, отвечают:

– Переплет стоит 50 коп.

Но ведь тогда книга стоила бы 2 руб., т. е. была всего на 1 руб. 50 коп. дороже переплета!

Верный ответ такой: цена переплета -25 коп., цена книги – 2 руб. 25 коп.

6. Иванов, как ни странно, и теперь будет платить меньше, чем

остальные покупатели платили до 1 января. Он имеет 20 % – ю скидку с цены, увеличенной на 20 %; другими словами, скидку 20 % от 120 %, т. е. платить он будет за книгу не 100 %, а всего лишь 96 % прежней ее цены. Трехрублевую книгу приобретет не за 3 руб., а за 2 руб. 88 коп.

7. Если бы все 26 голов на лугу были бы человеческие, мы насчитали бы не 82 ноги, а только 52, т. е. на 30 ног меньше. От замены одного человека лошадью число всех ног увеличилось бы на 2. Значит, чтобы насчитать 82 ноги, надо произвести подобную замену

15 раз, тогда и найдутся недостающие 30 ног.

Итак, из 26 голов 15 принадлежало лошадям, а остальные 11 – людям.

8. 25 рублей можно отложить на счетах 25 косточками так, как показано на рис. 5.

Рис. 5. На конторских счетах 25 отложено двадцатью пятью косточками

В самом деле, здесь отложено 20 руб. + + 4 руб. + 90 коп. + 10 коп. = 25 руб. При этом использовано 2 + 4 + 9 +10 = 25 косточек.

9. Разве римляне, чеканя монету до Р. Х., могли знать, что через 53 года родится Христос?

10. Покупательница прогадала. Пучок с двойным обхватом заключает в себе не вдвое, а вчетверо больше спаржи, нежели тонкий (рис. 3).

Женщина должна была либо заплатить вдвое меньше, либо же потребовать не два, а четыре тонких пучка.

Десять задач потруднее

1. Сколько прямоугольников

Сколько прямоугольников можете вы насчитать в этой фигуре (рис. 1)?

Не спешите с ответом. Обратите внимание на то, что спрашивается не о числе квадратов, а о числе прямоугольников – больших и малых, – какие только можно насчитать в этой фигуре.

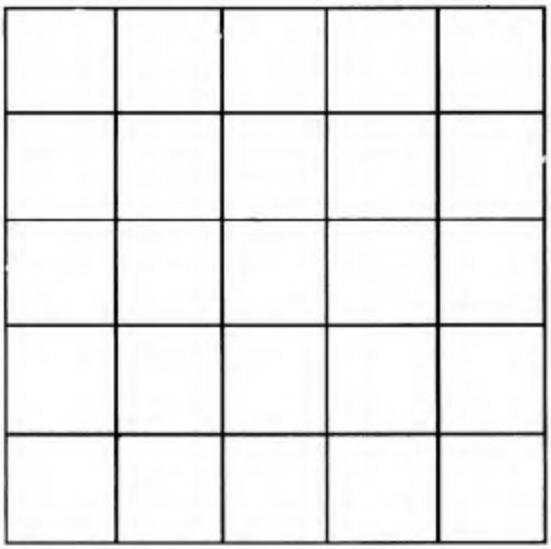


Рис. 1. Квадрат, разделенный на квадраты

2. Реомюр и Цельсий

Вы знаете, конечно, разницу между термометрами Реомюра и Цельсия (рис. 2)? Всегда ли градусы на термометре Реомюра больше, чем градусы на термометре Цельсия?

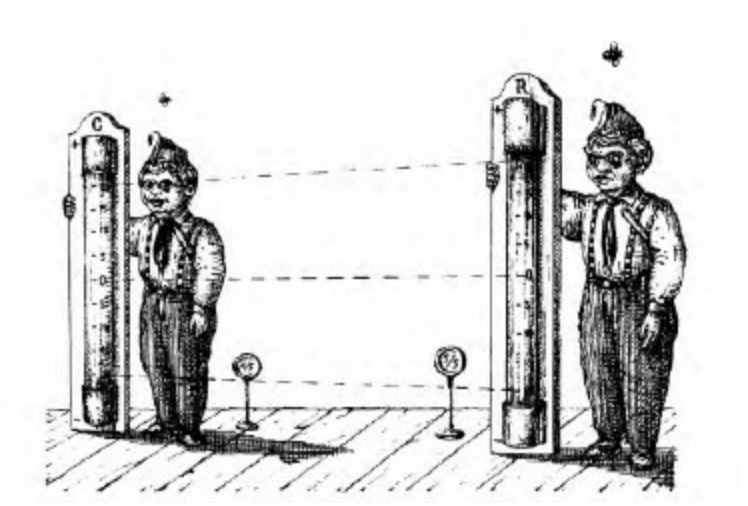


Рис. 2. Термометры Реомюра и Цельсия

3. Столяр и плотники

Шесть плотников и столяр нанялись на работу. Плотники заработали по 20 руб., столяр же – на 3 руб. больше, чем заработал в среднем каждый из семерых.

Сколько заработал столяр?

4. Девять цифр

Напишите по порядку девять цифр:

1 2 3 4 5 6 7 8 9.

Вы можете, не меняя расположение цифр, вставить между ними знаки плюс и минус таким образом, чтобы в сумме получилось ровно 100. Нетрудно, например, вставив + и – шесть раз, получить 100 таким путем:

12 + 3–4 + 5 + 67 + 8 + 9 = 100.

Если хотите вставить + и – только 4 раза, то тоже получите 100:

123 + 4 – 5 + 67 – 89 = 100.

Попробуйте, однако, получить 100, пользуясь знаками + и – всего только три раза! Это гораздо труднее. И все же вполне возможно, надо только терпеливо искать решение.

5. Книжный червь

В моем книжном шкафу стоят на полке сочинения Пушкина в 8 томах, том к тому. Приехав с дачи, я с досадой убедился, что летом книжный червь усердно сверлил моего Пушкина и успел прогрызть ход от первой страницы первого тома до последней страницы третьего (рис. 3).

Сколько всего страниц прогрыз червь, если в первом томе 700 страниц, во втором – 640, а в третьем – 670?

Рис. 3. Собрание сочинений А.С. Пушкина в восьми томах и книжный червь

6. Сложение и умножение

Вы, без сомнения, не раз уже обращали внимание на любопытную особенность равенств:

$2 + 2 = 4$,
$2 \times 2 = 4$.

Это единственный пример, когда сумма и произведение двух целых чисел (и притом равных) одинаковы.

Вам, однако, быть может, неизвестно, что существуют дробные числа (правда, не равные), обладающие тем же свойством:

$3 + 1^1/_2 = 4^1/_2$,
$3 \times 1^1/_2 = 4^1/_2$.

Попытайтесь подыскать другие примеры. Чтобы вы не думали, что поиски напрасны, скажу: таких чисел весьма и весьма много.

7. Стрельба на пароходе

Хороший стрелок стоит у одного борта парохода, а у противоположного помещена мишень.

Рис. 4. Тир на палубе парохода

Пароход движется в направлении, показанном на рис. 4 длинной стрелкой.

Стрелок прицелился совершенно точно. Попадет ли он в цель?

8. Под водой

На обыкновенных весах лежат: на одной чашке – булыжник, весящий ровно 2 кг, на другой – железная гиря в 2 кг. Я осторожно опустил весы под воду.

Остались ли чашки в равновесии?

9. Как это сделано?

Вы видите здесь деревянный куб, составленный из двух кусков дерева (рис. 5). Верхняя половина куба имеет выступы, входящие в выемки нижней части. Обратите внимание на форму и расположение выступов и объясните: как ухитрился столяр соединить оба куска?

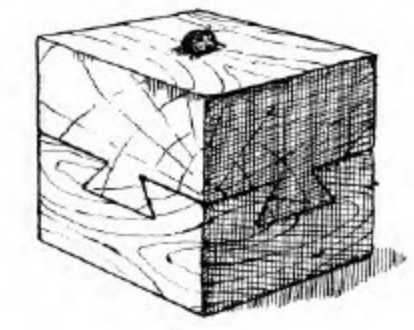


Рис. 5. Хитроумное соединение в собранном виде

10. Скорость поезда

Вы сидите в вагоне железной дороги и хотели бы узнать, с какой скоростью он мчится. Можете ли вы определить скорость по стуку колес?

Решения задач 1-10

1. Различно расположенных прямоугольников в этой фигуре можно насчитать 225.

2. Если речь идет о *градусах температуры*, то, конечно, градус Реомюра всегда больше градуса Цельсия – именно на $^1/_5$ долю; поэтому, если в вашей комнате по Реомюру 16 градусов, то по Цельсию – 20.

Но это вовсе не значит, что на той дощечке термометра, на которой нанесены деления (на «шкале»), длина градусов у термометра Реомюра всегда должна быть больше, чем у термометра Цельсия. Длина деления зависит от того, сколько ртути в шарике термометра, и от толщины трубки. Чем больше ртути в шарике и чем тоньше канал трубки, тем выше поднимается ртуть в трубке при нагревании и тем больше промежуток между делениями шкалы. В этом смысле «градус» может иметь самую разную длину, и вполне понятно, что в термометре Реомюра такой градус может быть и меньше градуса в термометре Цельсия.

3. Легко узнать, каков был *средний* заработок семерых плотников. Для этого нужно избыточные 3 руб. разделить поровну между 6 плотниками и к 20 руб. каждого прибавить полученные 50 коп. Вычислили средний заработок плотника.

Отсюда узнаем, что столяр заработал

20 руб. 50 коп. + 3 руб.,

т. е. 23 руб. 50 коп.

4. Вот каким способом можете вы получить 100 из ряда девяти цифр и трех знаков + и

123 – 45 – 67 + 89 = 100.

В самом деле:

123 + 89 = 212,
45 + 67 = 112,
212 -112 = 100.

Других решений задача не имеет. Впрочем, если у вас есть терпение, попытайтесь испробовать другие сочетания.

5. Казалось бы, надо просто сложить страницы трех томов – и задача решена. Но не спешите с решением. Обратите внимание на то, как стоят книги на полке и как расположены в них страницы.

Вы видите, что 1-я страница тома I примыкает к 640-й странице тома II, а последняя страница тома III находится рядом с первой страницей тома II (рис. 6).

И если червь проделал ход от 1-й страницы тома I до последней страницы тома III, то он прогрыз всего только 640 страниц среднего тома да еще 4 крышки переплета, не более.

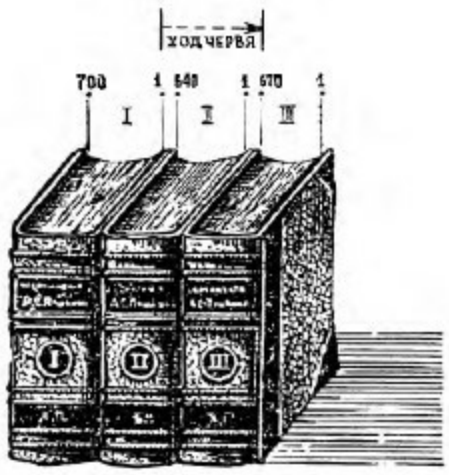


Рис. 6. Сколько страниц и крышек переплета прогрыз книжный червь?

6. Существует бесчисленное множество пар таких чисел. Вот несколько примеров:

$4 + 1^1/_3 = 5^1/_3$;

$4 \times 1^1/_3 = 5^1/_3$;

$9 + 1^1/_8 = 10^1/_8$;

$9 \times 1\frac{1}{8} = 10\frac{1}{8}$;
$21 + 1\frac{1}{20} = 22\frac{1}{20}$;
$21 \times 1\frac{1}{20} = 22\frac{1}{20}$;
$5 + 1\frac{1}{4} = 6\frac{1}{4}$;
$5 \times 1\frac{1}{4} = 6\frac{1}{4}$;
11 + 1,1 =12,1;
11 × 1,1 =12,1;
101 + 1,01 = 102,01;
101 × 1,01 = 102,01.

7. Конечно, меткий стрелок попадет в цель – если только пароход движется равномерно по прямой линии. Такое движение парохода ничем не может повлиять на полет пули.

Другое дело, если бы в самый момент выстрела пароход внезапно остановился, или замедлил ход, или ускорил его, или изменил курс: тогда пуля могла бы и не попасть в цель.

8. Каждое тело, если погрузить его в воду, становится легче: оно «теряет» в своем весе столько, сколько весит вытесненная им вода. Зная этот закон (открытый Архимедом), мы без труда можем ответить на вопрос задачи.

Булыжник весом в 2 кг занимает больший объем, чем 2-килограммовая железная гиря, потому, что материал камня – гранит – легче железа. Значит, булыжник вытеснит больший объем воды, нежели гиря, и по закону Архимеда потеряет в воде больше веса, чем гиря. Следовательно, весы под водой наклонятся в сторону гири.

9. Ларчик открывается очень просто, как видно из рис. 7. Все дело в том, что выступы и углубления идут не крестом, как невольно кажется при рассматривании куба, а параллельно, в косом направлении. Такие выступы очень легко вдвинуть в соответствующие выступы сбоку.

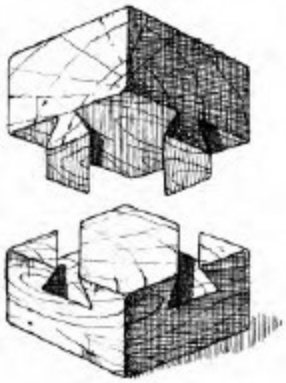


Рис. 7. Хитроумное соединение в разобранном виде

10. Вы заметили, конечно, что при езде в вагоне все время ощущаются мерные толчки: никакие рессоры не могут сделать их неощутимыми. Происходят эти толчки от того, что колеса слегка сотрясаются в местах соединения двух рельсов, и толчок передается всему вагону (рис. 8). Значит, стоит лишь вам сосчитать, сколько толчков в минуту испытывает вагон, и вы будете знать, сколько рельсов пробежал поезд. Теперь остается лишь умножить это число на длину рельса, и вы получите расстояние, проходимое поездом в одну минуту.

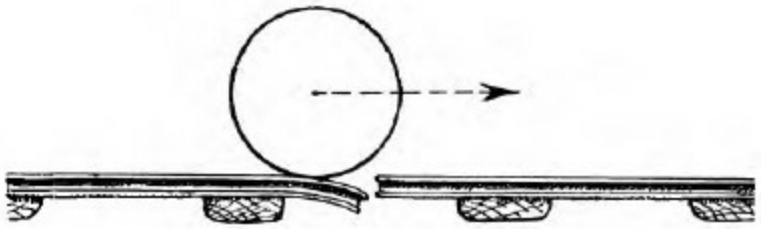


Рис. 8. Что происходит на стыке рельсов

Обычная длина рельса – около $8^1/_2$ метра. Сосчитав с часами в руках число толчков в минуту, умножьте это число на $8^1/_2$ затем на 60 и разделите на 1000 – получится число километров, пробегаемое поездом в час:

$$\frac{(\text{число толчков}) \times 17 \times 60}{2 \times 1000} - \text{числу километров в час.}$$

Так как

$$\frac{17 \times 60}{2 \times 1000} = \frac{1020}{2000} \approx \frac{1}{2},$$

то достаточно разделить на 2 число толчков в минуту, чтобы приблизительно узнать, сколько километров пробегает поезд в час.

Десять затруднительных положений

1. Жестокий закон

Жил некогда жестокий правитель, который не желал никого впускать в свои владения. У моста через пограничную реку был поставлен часовой, вооруженный с головы до ног, и ему было приказано спрашивать каждого путника:

– Зачем идешь?

Если путник говорил неправду, часовой обязан был схватить его и тут же повесить. Если же путник отвечал правду, ему и тогда не было спасения: часовой должен был немедленно утопить его в реке.

Таков был суровый закон жестокосердного правителя, и неудивительно, что никто не решался приблизиться к его владениям.

Но вот нашелся крестьянин, который, несмотря на это, спокойно подошел к охраняемому мосту у запретной границы.

– Зачем идешь? – сурово остановил его часовой, готовясь казнить смельчака, безрассудно идущего на верную гибель.

Но ответ был таков, что озадаченный часовой, строго исполняя жестокий закон, не мог ничего поделать с догадливым крестьянином.

Каков же был ответ?

2. Милостивый закон

В некотором государстве был такой обычай. Каждый преступник, осужденный на смерть, тянул перед казнью жребий, который давал ему надежду на спасение. В ящик опускали две бумажки: одну со словом *«жизнь»*, другую со словом *«смерть»*. Если осужденный вынимал первую бумажку, он получал помилование, если же имел несчастье вынуть бумажку со словом *«смерть»*, приговор приводился в исполнение.

У одного человека, живущего в этой стране, были враги, которые оклеветали его и добились, чтобы суд приговорил несчастного к смертной казни. Мало того, враги не желали оставить невинно осужденному ни малейшей возможности спастись. В ночь перед казнью они вытащили из ящика бумажку со словом «жизнь» и заменили ее бумажкой со словом «смерть». Значит, какую бы бумажку ни вытянул осужденный, он не мог избегнуть смерти.

Так думали его враги. Но у него были друзья, которым стали известны козни врагов. Они успели предупредить осужденного, что в ящике оба жребия имеют надпись «смерть». Друзья убеждали несчастного открыть перед судьями преступный подлог его врагов и настаивать на осмотре ящика с жребиями.

Но, к их изумлению, осужденный просил друзей хранить проделку врагов в строжайшей тайне и уверял, что тогда он будет наверняка спасен. Друзья приняли его за сумасшедшего…

На утро осужденный, ничего не сказав судьям о заговоре своих врагов, тянул жребий и – был отпущен на свободу!

Как же ему удалось так благополучно выйти из, казалось бы, безнадежного положения?

3. Учитель и ученик

То, что описано ниже, произошло, говорят, в Древней Греции. Учитель мудрости, софист Протагор взялся обучить Квантла всем приемам адвокатского искусства. Между учителем и учеником было заключено условие, по которому ученик обязывался уплатить своему учителю вознаграждение тотчас же после того, как впервые обнаружатся его успехи, т. е. после первой же выигранной им тяжбы.

Квантл прошел уже полный курс обучения. Протагор ожидает платы, но ученик не торопится выступать на суде защитником. Как же быть? Протагор, наконец, решил взыскать с ученика долг по суду и подал на ученика в суд. Он рассуждал так: если дело будет им выиграно, то деньги должны быть взысканы на основании судебного приговора; если же тяжба будет им проиграна и, следовательно, выиграна его учеником, то деньги опять-таки должны быть уплачены Квантлом по уговору – платить после первой же выигранной учеником тяжбы.

Однако ученик, напротив, считал тяжбу Протагора совершенно безнадежной. Он, как видно, действительно кое-что перенял у своего учителя и рассуждал так: если его присудят к уплате, то он не должен платить по уговору – ведь он проиграл первую тяжбу; если же дело будет решено в его пользу, то он опять-таки не обязан платить – на основании судебного приговора.

Настал день суда. Судья был в большом затруднении. Однако после долгого размышления он нашел, наконец, выход – такой приговор, который, нисколько не нарушая условий соглашения между учителем и учеником, в то же время давал учителю возможность получить обусловленное вознаграждение.

Каков был приговор судьи?

4. На болоте

Отряд французских солдат во время похода в Алжире очутился однажды в местности, совершенно лишенной растительности и притом с почвой настолько болотистой, что, хотя по ней и можно было ступать, сесть на нее было совершенно невозможно. Усталый отряд продвигался вперед в поисках подходящего места для привала, но на десятки верст простиралась все та же болотистая почва. Как отдохнуть, если нет кругом ни единого сухого местечка и ничего такого, что можно было бы подложить или на что можно было бы сесть?

И все-таки одному солдату пришла в голову счастливая мысль, которая помогла отряду выйти из затруднительного положения. Солдаты уселись и отдохнули.

Как? Отгадайте!

5. Три разведчика

В не менее затруднительном положении оказались однажды трое пеших разведчиков, которым необходимо было перебраться на противоположный берег реки при отсутствии моста. Правда, на реке катались в челноке два мальчика, готовые помочь солдатам. Но челнок был так мал, что мог выдержать вес только одного солдата. Даже солдат и один мальчик не могли одновременно сесть в лодку без риска ее потопить. Плавать же солдаты совсем не умели.

Казалось бы, при таких условиях мог переправиться через реку только один солдат. Между тем все три разведчика вскоре благополучно очутились на противоположном берегу и возвратили лодку мальчикам. Как они это сделали?

6. Слишком много предков

У меня есть отец и мать. У моего отца и у моей матери тоже, конечно, были отец и мать. Значит, восходя к 3-му поколению, я нахожу у себя 4 предков.

Каждый из моих двух дедов и каждая из моих двух бабушек также имели отца и мать. Следовательно, в 4-м поколении у меня 8 прямых предков. Восходя к 5-му, 6-му,

7-му и т. д. поколениям я нахожу, что число моих предков все возрастает и притом чрезвычайно заметно, именно:

Во 2-м поколении	2 предка
3 – " –	4 – " –
4 – "–	8 – " –
5 – " –	16 – " –
6 – " –	32 – " –
7 – " –	64 – " –
8 – " –	128 – " –
9 – " –	256 – " –
10 – " –	512 – " –
11 – "–	1024 – " –
12 – " –	2048 – " –
13 – " –	4096 – " –
14 – " –	8192 – " –
15 – " –	16 384 – " –
16 – " –	32 768 – " –
17 – " –	65 536 – " –
18 – " –	131 072 – " –
19 – " –	262 144 – " –
20 – " –	524 288 – " –

Вы видите, что 20 поколений назад у меня была уже целая армия прямых предков, больше полумиллиона. И с каждым предыдущим поколением это число удваивается.

Если считать, как обыкновенно принимается, по три поколения в столетие, то в начале нашей эры, 19 веков тому назад, на Земле должно было жить несметное количество моих предков: можно вычислить, что число их записывается 18 цифрами.

Чем дальше в глубь веков, тем число моих предков должно

возрастать. В эпоху первых фараонов численность их должна была доходить до умопомрачительной величины. В каменный век, предшествовавший египетской истории, моим предкам было уже, вероятно, тесно на земном шаре.

Но ведь и у вас, читатель, было столько же прямых предков. Прибавьте их к моим и присоедините еще предков всех своих знакомых, да прибавьте еще предков всех вообще людей, живущих ныне на Земле, и вы легко вообразите, в какой страшной тесноте жили наши предки: ведь для них буквально не хватало места на земном шаре!

Не укажете ли вы им выход из этого затруднительного положения?

7. В ожидании трамвая

Три брата, возвращаясь из театра домой, подошли к рельсам трамвая, чтобы вскочить в первый же вагон, который подойдет. Вагон не показывался, и старший брат предложил подождать.

– Чем стоять здесь и ждать, – ответил средний брат, – лучше пойдем вперед. Когда вагон догонит нас, тогда и вскочим; а тем временем часть пути будет уже за нами – скорее домой приедем.

– Если уж идти, – возразил младший брат, – то не вперед по движению, а в обратную сторону: тогда нам, конечно, скорее попадется встречный вагон, мы раньше и домой прибудем.

Так как братья не могли убедить друг друга, то каждый поступил по-своему: старший остался ожидать на месте, средний пошел вперед, младший – назад.

Кто из трех братьев раньше приехал домой? Кто из них поступил благоразумнее?

8. Куда девался гость?

Можно ли посадить 11 гостей на 10 стульев так, чтобы на каждом стуле сидело по одному человеку? Вы думаете – нельзя? Нет, можно – надо только умеючи взяться за дело.

Поступите так. Первого гостя посадите на первый стул. Затем попросите 11-го гостя сесть временно на тот же первый стул. Усадив этих двух гостей на первый стул, вы усаживаете:

3-го гостя на	2-й стул
4-го -"- -"-	3-й -"-
5-го -"- -"-	4-й -"-
6-го -"- -"-	5-й -"-
7-го -"- -"-	6-й -"-
8-го -"- -"-	7-й -"-
9-го -"- -"-	8-й -"-
10-го -"- -"-	9-й -"-

Как видите, остается свободным 10-й стул. На него вы и посадите 11-го гостя, который временно сидел на 1-м стуле.

Теперь вы счастливо вышли из затруднительного положения: у вас рассажены все 11 гостей на 10 стульях.

А все-таки, куда девался один гость?

9. Без гирь

Вам принесли на дом 10 кг сливочного масла. Вы желаете купить всего только

5 кг. У одного соседа нашлись весы с коромыслом, но гирь нет ни у вас, ни у разносчика и ни у одного из соседей. Можете ли вы без всяких гирь отвесить 5 кг от 10?

10. На неверных весах

Представьте себе, что когда вы догадались, наконец, как отвесить масло без гирь, входит ваш сосед, ссудивший вам весы, и сообщает, что весы его очень ненадежны – на верность их полагаться нельзя.

Рис. 1. Взвешивание без гирь

Можете ли вы даже и на неверных весах, притом без гирь, отвесить правильно 5 килограммов от 10-килограммового куска?

Решения задач 1-10

1. На вопрос часового: «Зачем идешь?» – крестьянин дал такой ответ:

– Иду, чтобы быть повешенным на этой виселице.

Такой ответ поставил часового в тупик. Что он должен сделать с крестьянином? Повесить? Но, значит, крестьянин сказал *правду*, за правдивый же ответ было приказано не вешать, а топить. Но и утопить нельзя: в таком случае крестьянин солгал, а за ложное показание предписывалось повесить.

Так часовой и не смог ничего поделать со сметливым крестьянином.

2. Вытаскивая жребий, осужденный поступил так: вынул одну бумажку из ящика и, никому не показывая, разорвал ее. Судьи, желая установить, что было написано на уничтоженной бумажке, извлекли из ящика оставшуюся бумажку со словом «*смерть*». Следовательно, – рассуждали судьи, – на разорванной бумажке было написано «*жизнь*» (они ведь ничего не знали о заговоре).

Готовя невинно осужденному верную гибель, враги обеспечили ему спасение.

3. Приговор был таков: учителю в иске отказать, но предоставить ему право вторично возбудить дело на новом основании – именно на том, что ученик выиграл свою первую тяжбу. Эта *вторая* тяжба должна быть решена, бесспорно, уже в пользу учителя.

4. Солдаты сели… друг другу на колени! Выстроились по кругу и каждый сел на колени своего соседа. Вы думаете, что первому солдату пришлось все-таки сидеть на болоте? Ничуть – при групповом расположении вовсе и нет этого «первого» солдата: каждый опирается на колени своего соседа, и кольцо сидящих замыкается…

Если это представляется вам сомнительным, попробуйте с несколькими десятками товарищей сесть таким образом в кольцо. Вы сможете на деле убедиться, что изобретательный солдат действительно нашел выход из положения.

5. Пришлось сделать 6 следующих переправ:

1-я *переправа.* Оба мальчика подъезжают к противоположному берегу, и один из них привозит лодку к разведчикам (другой остается на том берегу).

2-я *переправа.* Мальчик, привезший лодку, остается на этом берегу, а в челнок садится первый солдат, который и переправляется на другой берег. Челнок возвращается с другим мальчиком.

3-я *переправа.* Оба мальчика переправляются через реку, один из них возвращается с челноком.

4-я *переправа.* Второй солдат переправляется на противоположный берег. Челнок возвращается с мальчиком.

5-я *переправа* – повторение 3-й.

6-я *переправа.* Третий солдат переправляется на противоположный берег. Челнок возвращается с мальчиком, и дети продолжают прерванное катание по реке.

Теперь все три солдата находятся на другом берегу.

6. Нелепый результат, который мы получили, исчисляя своих предков, объясняется тем, что нами упущено из виду одно весьма простое обстоятельство. Мы не приняли в расчет, что наши отдаленные предки могут быть и в кровном родстве между собой и, следовательно, иметь общих предков. Мой отец и моя мать, может, уже в 5-м или 6-м поколении назад имели общего деда, который, возможно, был и вашим предком, читатель. Это соображение разбивает все наши расчеты и уменьшает несметные полчища наших отдаленных предков до весьма скромной цифры, при которой не может быть и речи о тесноте.

7. Младший брат, пойдя назад по движению, увидел идущий навстречу вагон и вскочил в него. Когда этот вагон дошел до места, где ожидал старший брат, последний вскочил в него. Немного спустя тот же вагон догнал идущего впереди среднего брата и принял его. Все три брата очутились в одном и том же вагоне – и, конечно, приехали домой одновременно.

Однако благоразумнее всего поступил старший брат: спокойно ожидая на одном месте, он устал меньше других.

8. Исчезнувший гость – это *второй* гость, который был незаметно пропущен при распределении стульев: после 1-го и 11-го гостя мы сразу перешли к 3-му и следующим, миновав 2-го. Оттого-то нам и удалось разместить 11 гостей на 10 стульях, по одному человеку на каждом.

Рис. 2. Куда девался исчезнувший гость

9. Задача сводится в сущности к тому, чтобы разделить 10 кг масла на две равные по весу части. Положите на каждую чашку по бумажному листу и накладывайте на них масло до тех пор, пока 10 кг распределятся поровну между ними. Ясно, что теперь на каждой чашке ровно 5 кг – если только весы правильны.

10. И на неверных весах можно достичь того же, но более сложным путем. Сначала надо разделить десять килограммов масла на две части так, чтобы они были *приблизительно* (на глаз) равны.

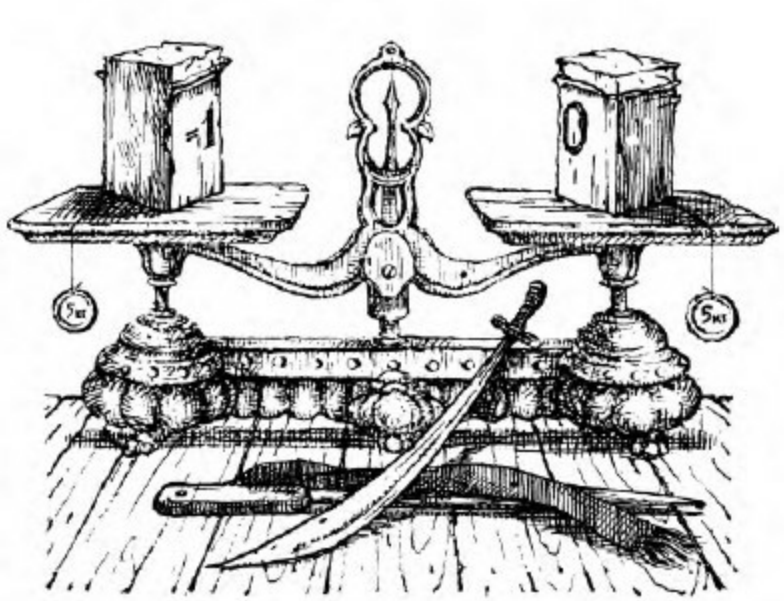


Рис. 3. Как разделить поровну 10 кг масла на правильных весах

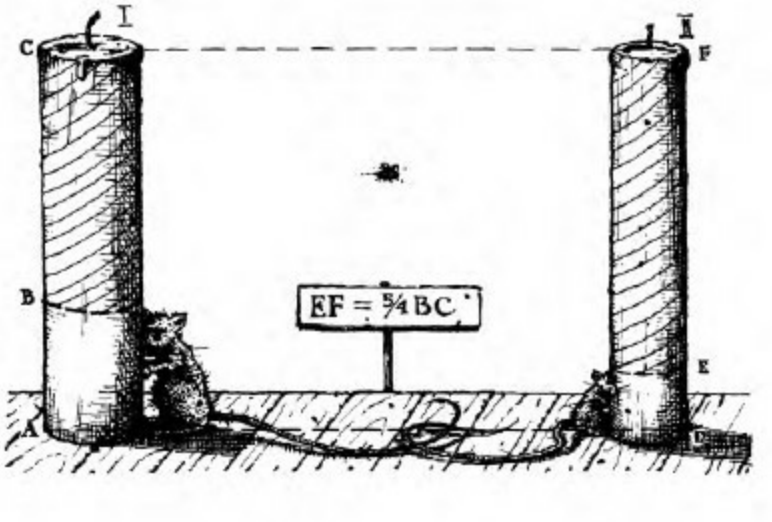
Затем берут одну из этих частей, кладут на чашку весов; на другую же чашку накладывают камешков или чего угодно до тех пор, пока чашки не будут уравновешены. Тогда снимают с чашки первую часть масла и вместо нее кладут вторую. Если окажется при этом, что чашки весов остаются на прежнем месте, то, значит, обе части масла равны, так как *заменяют одна другую по весу*. В таком случае, разумеется, каждая из них весит ровно 5 кг.

Рис. 4

Если же чашки не будут на одном уровне, то надо от одного куска переложить немного масла на другой и повторять это до тех пор, пока обе порции не будут вполне заменять друг друга *на одной и той же чашке весов.*

Подобным же образом можно действовать и при неверных пружинных весах: перекладывать масло из одного пакета в другой до тех пор, пока оба пакета не будут оттягивать указатель весов до одной и той же черты (хотя эта черта, может, и не стояла против 5 кг).

Десять замысловатых задач



1. Дешевый сторож

Арендатору большого фруктового сада понадобилось на целые сутки отлучиться как раз в ту пору, когда яблоки поспели и представляли наибольший соблазн для любителей полакомиться на чужой счет. Необходимо было нанять на эти сутки сторожа. Скупой арендатор долго выбирал сторожа подешевле, пока не напал на такого, который вовсе не просил денег, а довольствовался уплатой яблоками. Это понравилось арендатору.

– Сторожить нужно целые сутки без смены и перерыва, никуда не отлучаясь. Поспать успеете потом, когда отдежурите.

– Хорошо, буду без смены. Но платить вам придется не ровно: за каждый следующий час вдвое больше против предыдущего.

– Это бы можно; но сколько же вы хотите за первый час?

– Уж чего меньше: одно яблоко на первый час дадите, и достаточно. За второй – два яблока положите, и довольно. За третий – четыре, и хватит. За четвертый…

– Ладно, – поспешил согласиться арендатор. – «Если этот чудак так же честен, как нерасчетлив, то я, кажется, сделал выгодное дело: за несколько десятков яблок достал сторожа на целые сутки», – подумал он, уходя.

Сторож был нанят, и арендатор спокойно уехал, радуясь тому, что на свете есть люди, не умеющие считать.

Когда спустя сутки арендатор возвратился к своему саду, он увидел у ворот телегу, на которую его сторож ссыпал один мешок яблок за другим.

– Это что такое, – накинулся на него арендатор. – Я вас нанимал сторожить, а не грабить. Куда увозите мои яблоки?

– Были ваши, теперь мои, – спокойно ответил сторож. – Забыли, небось, уговор?

– Уговор? Да разве по нашему уговору вам за одни сутки следует яблок целый воз? Считать не умеете…

– И не один воз следует. Сами считать не умеете.

– Не один воз! Что за вздор! Уж не все ли яблоки моего сада?

– Не только вашего. Во всем городе не закупите яблок, чтобы со мной расплатиться. Возов тысячи три понадобится, не меньше.

– Три тысячи возов яблок? За одни сутки? Ничего не понимаю…

А вы, читатель, понимаете? Кто из них считать не умел: сторож или арендатор? А может быть, ни тот ни другой?

Однажды, когда пары были уже разведены и поезд должен был тронуться, она стала у паровоза и заявила машинисту:

– Отдавай сейчас долг, иначе не пущу поезд!

Машинист, разумеется, только усмехнулся, услыхав такую угрозу.

Но женщина не шутя намеревалась не дать поезду тронуться с места.

И что же? Машинист пустил в ход машину, но паровоз ни с места. Машина работает, а поезд стоит, словно заколдованный.

– Отдай деньги – пущу поезд! – с торжеством объявила крестьянка.

Пришлось машинисту заплатить долг полностью; тогда только поезд тронулся.

В чем же состояло «колдовство» молочницы, и как оно было ею снято?

Крыжовник в полном цвету; на то, чтобы посетить все цветы, уходит полтора часа. А затем, не отвлекаясь в стороны, кратчайшей дорогой летит домой, в родное гнездо.

Сколько времени отсутствовал шмель?

Рис. 1

4. Ящик

У меня есть ящик, и я могу вам сказать, что крышка его заключает 120 квадратных дюймов, передняя стенка – 96, а боковая – 80.

Можете ли вы определить, каковы размеры моего ящика, т. е. сколько он имеет в длину, ширину и высоту?

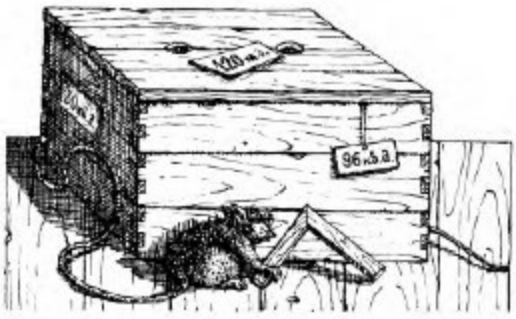


Рис. 2. Мой ящик

5. Две цепи

Найдены два обрывка железной цепи, составленные из одинаковых звеньев. Один обрывок, будучи растянут, занимает в длину 36 см, другой – 22 см. Толщина кольца – полсантиметра. В длинной цепи на 6 звеньев больше, чем в короткой.

Сколько звеньев в каждом обрывке?

6. Мешки с мукой

Мельнику потребовалось взвесить 5 мешков с мукой. У него имелись весы, но не хватало некоторых гирь, и поэтому невозможно было взвесить меньше, чем 100 кг. Мешки же весили около 60 кг каждый.

Мельник не растерялся и стал взвешивать мешки по два, парами. Из 5 мешков можно составить 10 различных пар: поэтому пришлось сделать 10 взвешиваний. Получился ряд чисел, который приведен здесь в возрастающем порядке:

110 кг, 112 кг, 113 кг, 114 кг, 115 кг,
116 кг, 117 кг, 118 кг, 120 кг, 121 кг.

Но сколько же весит каждый мешок в отдельности? Как это узнать?

Мельник справился с задачей довольно быстро. Вероятно, и вы догадаетесь, как она решается.

7. Три дочери и два сына

Дядя приехал навестить своих двух племянников и трех племянниц, которых давно не видел.

Первыми вышли к нему маленький Володя с сестренкой Женей, и мальчуган гордо объявил дяде, что он в два раза старше своей сестры.

Затем выбежала Надя, и вошедший с нею папа сказал гостю, что обе девочки вдвое старше мальчика.

Когда пришел из школы Алеша, папа объявил, что мальчики вместе вдвое старше обеих девочек.

Позднее всех пришла Лида и, увидев гостя, радостно воскликнула:

– Дядя, вы приехали как раз в день моего рождения! Мне сегодня исполнился 21 год!

– И знаете еще что, – прибавил отец, – я сейчас сообразил, что мои три дочери вместе вдвое старше обоих моих сыновей.

Сколько же лет было каждому сыну и каждой дочери?

Рис. 3

8. Две свечи

Внезапно погас электрический свет во всей квартире – испортилась проводка. Чтобы не прерывать работы, я зажег две свечи, стоявшие на моем письменном столе на всякий случай, и при их свете занимался до тех пор, пока проводка не была приведена в исправность.

Спустя день мне понадобилось узнать, на сколько именно времени было прервано электрическое освещение. Я забыл отметить по часам, когда выключили свет и когда его включили снова. Не помнил я и длины свеч.

Знаю только, что одна свеча была потолще, такие свечи сгорают целиком за 5 часов, другая – потоньше и могла бы сгореть за 4 часа. Ищу огарки – и не нахожу: домашние выбросили их.

– Какой же они были длины? – спрашиваю у них.

– Один был совсем маленький, а другой побольше.

– Во сколько же раз больше? Вдвое?.. Не помните ли этого? – допытывался я.

– Ровно в четыре раза, – ответили мне. Итак, стало известно только то, что один огарок был в четыре раза длиннее другого. Возможно ли на этом основании определить, сколько времени горели свечи?

9. Девятьсот поклонников

В одной школе обучалось вдвое больше девочек, чем мальчиков. Заведующий ввел обычай: ежедневно поутру каждый мальчик должен был делать поклон заведующему, каждому из своих товарищей-мальчиков и каждой девочке, каждая девочка также должна была делать поклон заведующему, каждой своей подруге и каждому мальчику.

Этот церемонный обычай строго соблюдался, и поэтому ежедневно утром можно было насчитать 900 поклонов.

Сколько было в школе мальчиков и девочек?

10. Наследство раджи

Некий раджа, умирая, оставил свои брильянты сыновьям. В завещании его дети прочитали: старший сын получает 1 брильянт и седьмую долю всех остальных; второй сын получает 2 брильянта и седьмую долю всех остальных; третий сын – 3 брильянта и седьмую долю всех остальных; четвертый -4 брильянта и седьмую долю всех остальных и т. д. Таким образом наследство было разделено между сыновьями без остатка.

Сколько сыновей было у раджи и сколько он оставил брильянтов?

Решения задач 1-10

1. Сторож рассчитал совершенно правильно: ему действительно причиталось даже более трех тысяч возов яблок, как это ни невероятно.

В самом деле. Проследим, как возрастало вознаграждение сторожа с каждым часом.

За 1-й час сторож должен был получить яблоко, за 2-й час – 2 яблока, за 3-й час -4 яблока, за 4-й – 8, за 5-й – 16, за 6-й – 32, за 7-й – 64, за 8-й – 128, за 9-й – 256, за 10-й -512.

Пока еще вознаграждение как будто не грозит арендатору разорением: за первые 10 часов сторожу причиталось всего около по л у тысячи яблок.

Но продолжим исчисление.

За 11-й час сторожу следовало 1024 яблока, за 12-й – 2048, за 13-й – 4096, за 14-й -8192, за 15-й – 16 384.

Накапливается внушительное число яблок, но все же до трех тысяч возов еще далеко.

Далее.

За 16-й час следовало 32 768 яблок.

За 17-й – "– "– 65 536 – "-

За 18-й – "– "– 131 072 – "-

За 19-й – "– "– 262 144 – "-

За 20-й – "– "– 524 288 – "-

Арендатор уже должен сторожу свыше полумиллиона яблок. Но сутки не кончены – остается еще 4 часа.

За 21-й надо было уплатить 1 048 576 яблок

За 22-й – "– "– "– 2 097 152 – "-

За 23-й – "– "– "– 4 194 304 – "-

За 24-й – "– "– "– 8 388 608 – "-

Теперь нужно сложить все эти числа от 1 до 8 388 608. Получаем 16 777 215 яблок. Итак, сторожу за одни сутки следовало согласно уговору почти 17 миллионов яблок! Чтобы только пересчитать такое количество яблок по одному в секунду, понадобилось бы полгода непрерывного счета! Полагая по 10 яблок на килограмм, узнаем, что все причитающиеся сторожу яблоки должны были весить 1 677 721 кг, или 1678 тонн.

Это составило бы вагонов 80, груженных яблоками, или, считая по полтонны на воз, свыше 3000 возов. Не правда ли, можно было найти сторожа и подешевле?

2. Крестьянка не дала поезду отправиться в путь тем, что смазала маслом рельсы впереди паровоза. По скользким рельсам не могут катиться колеса паровоза; они вертятся на одном месте, но не катятся вперед, так как нет трения, благодаря которому колеса словно цепляются за рельсы. Вспомните, как трудно ходить по гладкому льду: ноги скользят, не находя опоры, и мы не можем сдвинуться с места. По той же причине не мог сдвинуться и паровоз.

Когда же машинист уплатил долг, крестьянка «сняла колдовство», посыпав смазанные рельсы песком.

История эта, конечно, могла произойти только в давнее время; на современных паровозах имеются специальные песочницы, из которых машинист с помощью особого приспособления высыпает песок на рельсы, когда они становятся скользкими, например, от дождя.

3. Задача решалась бы очень просто, если бы было известно, сколько времени понадобилось шмелю на перелет из сада в родное гнездо. Этого в задаче не сказано, но геометрия поможет нам самим узнать необходимые данные.

Начертим путь шмеля. Мы знаем, что шмель летел сначала «прямо на юг» в течение 60 мин. Затем он летел 45 мин «на запад», т. е. под прямым углом к прежнему пути. Оттуда «кратчайшей дорогой», т. е. по прямой линии – обратно к гнезду. У нас получился прямоугольный треугольник ABC, в котором известны оба «катета», AB и BC, и надо определить третью сторону, – «гипотенузу» AC.

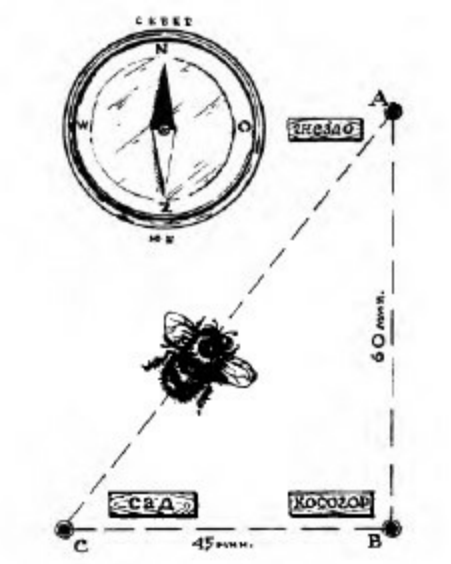


Рис. 4. Маршрут шмеля

Геометрия учит, что если какая-нибудь величина содержится в одном катете 3 раза, а в другом – 4 раза, то в третьей стороне – гипотенузе – та же величина должна содержаться ровно 5 раз.

Например, если катеты треугольника равны 3 и 4 м, то гипотенуза равна 5 м; если катеты равны 9 и 12 км, то третья сторона равна 15 км и т. п. В нашем случае один катет равен 3 х 15 мин пути, другой -4 × 15 мин пути; значит, гипотенуза АС равна 5 × 15 мин пути. Итак, мы узнали, что из сада к гнезду шмель летел 75 мин, то есть $1^1/_4$ часа.

Теперь легко уже подсчитать, сколько времени шмель отсутствовал. На перелеты он потратил:

1 час + $^3/_4$ часа + $1^1/_4$ часа = 3 часа.

На остановки у него ушло времени:

$^1/_2$ часа + $1^1/_2$ часа = 2 часа.

Итого: 3 часа + 2 часа = 5 часов.

4. Поверхность крышки равна произведению длины ящика и его ширины; поверхность боковой стенки равна высоте × ширину;

поверхность передней стенки – высоте × длину. Таким образом,

длина × ширина = 120;
высота × ширина = 80;
высота × длина = 96.

Перемножим первые два равенства. Получим:

длина × высота × ширина × ширина = 120 × 80.

Разделим это новое равенство на 3-е:

$$\frac{\text{длина} \times \text{высота} \times \text{ширина} \times \text{ширина}}{\text{длина} \times \text{высота}} = \frac{120 \times 80}{96}.$$

Сократив дробь и произведя действия, имеем:

ширина × ширина =100.

И, следовательно, ширина ящика равна 10 см. Зная это, легко определить, что высота ящика равна:
80/10 = 8 см,
а его длина = 96/8 = 12 см.

5. Вы не решите этой простой задачи, если не уясните себе сначала, из чего складывается длина цепи. Всмотритесь в рис. 5.

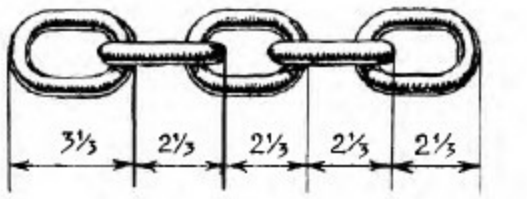


Рис. 5. Звенья цепи

Вы видите, что длина натянутой цепи складывается из полной ширины первого звена, к которой с присоединением каждого нового звена прибавляется не полная ширина звена, а ширина звена без его

двойной толщины.

Теперь перейдем к нашей задаче.

Мы знаем, что одна цепь длиннее другой на 14 см и имеет на 6 звеньев больше. Разделив 14 на 6, получаем $2^1/_3$. Это и есть ширина одного звена, уменьшенная на двойную его толщину. Так как толщина кольца известна – полсантиметра, то полная ширина каждого звена равна $2^1/_3 + {}^1/_2 + {}^1/_2 + 3^1/_3$ сантиметра.

Теперь легко определить, из скольких звеньев состояла каждая цепь. Из рисунка видно, что если мы отнимем от 36-сантиметро-вой цепи двойную толщину первого звена, т. е. 1 см, а разность разделим на $2^1/_3$, то получим число звеньев в этой цепи:

$35 : 2^1/_3 = 15.$

Точно так же узнаем число звеньев в 22-дюймовой цепи:

$21 : 2^1/_3 = 9.$

6. Мельник начал с того, что сложил все 10 чисел. Полученная сумма, 1156 кг – не что иное, как учетверенный вес мешков: ведь в нее вес каждого мешка входит 4 раза. Разделив эту величину на 4, узнаем, что пять мешков вместе весят 289 кг.

Для удобства обозначим мешки в соответствии с их весом номерами. Самый легкий мешок получит номер 1, второй по тяжести – 2 и т. д.; самый тяжелый мешок – номер 5. Нетрудно сообразить, что в ряду чисел: 110 кг, 112 кг, 113 кг, 114 кг, 115 кг, 116 кг, 117 кг, 118 кг, 120 кг, 121 кг – первое число составилось из веса двух самых легких мешков, 1 и 2, второе число – из веса мешков 1 и 3. Последнее число есть не что иное как вес двух самых тяжелых мешков, 4 и 5, а предпоследнее – 3-го и 5-го. Итак,

1 и 2 вместе весят 110 кг
1 и 3 – "– "– 112 – "-
3 и 5 – "– "– 120 – "-
4 и 5 – "– "– 121 – "-

Теперь легко узнать сумму весов мешков 1,

2, 4 и 5: она равна 110 кг + 121 кг = 231 кг. Вычтя это число из общей суммы веса всех мешков (289 кг), получаем вес мешка 3, именно 58 кг.

Далее, из суммы веса мешков 1 и 3, т. е. из 112, вычитаем известный уже нам вес мешка 3; получается вес мешка 1: 112 кг – 58 кг = 54 кг.

Точно так же узнаем вес мешка 2, вычтя 54 кг из 110 кг, т. е. из суммы веса мешков 1 и 2. Получаем: вес мешка 2 равен 110 кг – 54 кг = 56 кг.

Из суммы веса мешков 3 и 5, т. е. из 120, вычитаем вес мешка 3, который равен 58 кг; узнаем, что мешок 5 весит 120 кг – 58 кг = 62 кг.

Остается определить вес мешка 4 из суммы весов мешков 4 и 5, т. е. из 121 кг. Вычтя 62 из 121, узнаем, что мешок 4 весит 59 кг.

Итак, вот вес мешков:

54 кг, 56 кг, 58 кг, 59 кг, 62 кг.

7. Мы знаем, что Володя вдвое старше Жени, а Надя и Женя вместе вдвое старше Володи. Значит, годы Нади и Жени, сложенные вместе, *вчетверо* больше, чем возраст Жени. Отсюда прямо следует, что *Надя старше Жени в 3 раза.*

Далее, мы знаем, что сумма лет Алеши и Володи вдвое больше суммы лет Нади и Жени. Но возраст Володи есть удвоенный возраст Жени, а годы Нади и Жени, сложенные вместе, есть учетверенный возраст Жени. Следовательно,

годы Алеши + удвоенный возраст Жени = 8-кратному возрасту Жени,

т. е.:

Алеша старше Жени в 6 раз.

Наконец, нам известно, что сумма возрастов Лиды, Нади и Жени равна удвоенной сумме возрастов Володи и Алеши.

Имея перед глазами табличку:

Лиде – 21 год.

Надя – в 3 раза старше Жени,

Володя – в 2 раза старше Жени,

Алеша – в 6 раз старше Жени,

мы можем сказать, что

21 год + утроенный возраст Жени + возраст Жени = 4-кратному возрасту Жени + 12-кратному возрасту Жени,

или:

21 год + 4-кратный возраст Жени = 16-кратному возрасту Жени.

Значит, 21 год равен 12-кратному возрасту Жени и, следовательно, Жене 21: 12 = $1^3/_4$ года.

Теперь уже легко определить, что Володе $3^1/_2$ года, Наде – $5^1/_4$ и Алеше – $10^1/_2$ лет.

8. Для ясности нарисуем рядом две свечи – толстую, которая сгорает за 5 часов, и тонкую, которая сгорает за 4 часа. Заштрихуем сгоревшие части обеих свечей. Легко сообразить, что длина сгоревшей части тонкой свечи должна составлять $^5/_4$ длины сгоревшей части толстой; другими словами, заштрихованный избыток тонкой свечи составляет по длине $^1/_4$ сгоревшей части толстой. Но в то же время длина этого избытка равна $^1/_4$ длины толстого огарка. Другими словами, мы узнали, что $^3/_4$ длины толстого огарка равны $^1/_4$ длины сгоревшей части толстой свечи. Значит, $^4/_4$ толстого огарка, т. е. весь огарок, составляет $^1/_4 \times {}^4/_3 = {}^1/_3$ толстой свечи.

Итак, огарок толстой свечи равен $^1/_3$ сгоревшей части или $1/_4$ всей длины свечи. Сгорело, следовательно, $^3/_4$ толстой свечи. А так

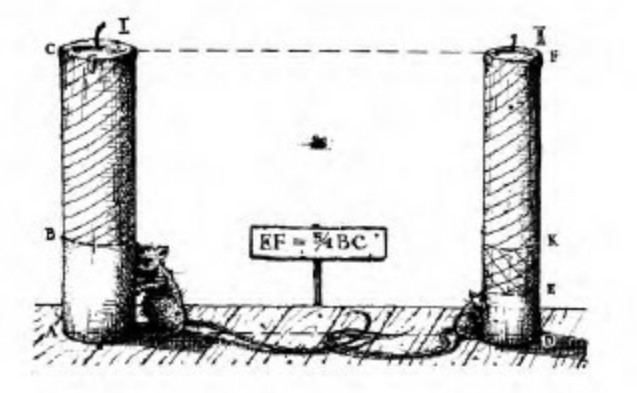


Рис. 6. Две свечи – толстая и тонкая как вся свеча могла сгореть за 5 часов, то $^3/_4$ ее горело в течение

$$\frac{5 \times 3}{4} = \frac{15}{4} = 3^3/_4 \text{ часа.}$$

Ответ: свечи горели $3^3/_4$ часа.

9. Каждый ученик и ученица ежедневно раскланивались со всеми остальными школьниками и с заведующим. С самими собою, конечно, не раскланивались, зато делали поклон заведующему, так что каждый школьник и школьница ежедневно делали столько поклонов, сколько было детей в школе. Значит, все дети вместе ежедневно делали столько поклонов, сколько будет, если умножить их общее число само на себя.

Итак, мы знаем, что 900 – это число детей, умноженное само на себя. Какое же число, умноженное на себя, составит 900? Очевидно, 30. А так как девочек было вдвое больше, чем мальчиков, то из 30 детей было 20 девочек и 10 мальчиков.

Проверим это. Девочки делают 19 × 20 = = 380 поклонов подругам и 20 × 10 = 200 поклонов мальчикам. Мальчики мальчикам делают 9 × 10 = 90 и девочкам – 10 × 20 = = 200 поклонов. Итого: 380 + 200 + 90 + 200 = 870 поклонов. Присоединив еще 30 поклонов заведующему, имеем ровно 900.

10. Задачу надо решать с конца. Самый младший сын получил столько брильянтов, сколько было сыновей, и еще $^1/_7$ остальных; но так как остатка никакого не было, то младший сын получил столько

брильянтов, сколько было всех сыновей. Далее, предыдущий сын получил брильянтов на один меньше, чем было сыновей, да еще $^{1}/7$ остальных брильянтов. Значит, то, что получил самый младший, есть $^{6}/_{7}$ этого «остального» (а все «остальное» есть $^{7}/_{7}$).

Отсюда вытекает, что число брильянтов самого младшего сына должно делиться на 6 без остатка. Попробуем допустить, что их было 6, и испытаем, подходит ли это число.

Если младший сын получил 6 брильянтов, то значит, он был шестой сын, и всех сыновей было 6. Пятый сын получил 5 брильянтов плюс $^{1}/_{7}$ от 7, т. е. 5 + 1 = 6. Далее, 12 камней есть $^{6}/_{7}$, оставшегося после *четвертого сына,* полный остаток – 14 камней, и четвертый сын получил 4 + $^{1}/_{7}$ от 14 = 6.

Вычисляем то, что осталось после *третьего* сына: 18 есть $^{6}/_{7}$ этого остатка; значит, полный остаток – 21. Третий сын получил 3 +!/$_{7}$ от 21 = 6 брильянтов.

Точно так же узнаем, что на долю второго и первого сына пришлось тоже по 6 камней.

Итак, у раджи было *36 брильянтов и 6 сыновей.*

Мы проверили число 6 и нашли, что оно удовлетворяет условиям задачи. Испытав 12, 18 и 24, убедимся, что эти числа не годятся, а больше двух дюжин детей у раджи едва ли могло быть.

Десять задач о Земле и небе

1. Всюду юг!

Существует шуточный рассказ[2] об одном турке, который будто бы попал однажды в «самую восточную страну». Турок так описывает эту сказочную страну:

«И впереди восток, и с боков восток. А запад? Вы, может быть, думаете, что он все-таки виден, как точка какая-нибудь, едва движущаяся вдали?.. Неправда! И сзади восток! Короче – везде и всюду нескончаемый восток!»

Такой страны, которая со всех сторон окружена востоком, конечно, быть не может. Но зато существует такое место на земном шаре, которое отовсюду окружено югом: во все стороны от этого места простирается «один нескончаемый юг».

Это кажется с первого взгляда невозможным, а между тем стоит лишь немного подумать, и вы сообразите, что такое необычайное место на земном шаре существует. В этом удивительном месте развевается теперь английский флаг, и я уверен, что вы даже знаете имя человека, который водрузил его.

Где же находится это место?

Чтобы помочь вам догадаться, я прибавлю, что там не жарко, даже не тепло, хотя во все стороны от него простирается юг.

2. По телефону

В Америке между Нью-Йорком и Сан-Франциско устроено телефонное сообщение, так что жители Нью-Йорка, расположенного на берегу Атлантического океана, могут переговариваться по телефону с жителями Сан-Франциско, живущими на берегу Тихого океана.

Конторы в Северной Америке открыты с 10 часов утра до 4 часов дня.

В течение скольких дневных часов конторские служащие в Нью-Йорке и Сан-Франциско могут вести между собой деловые разговоры по телефону?

3. Где начинаются дни недели?

В воскресенье гости засиделись за полночь.

– Пора уходить, – объявил один, – завтра понедельник, и надо быть рано на службе.

– Завтра вторник, – с улыбкой поправил его хозяин.

– Что вы? Разве сегодня не воскресенье?

– Нет, уже понедельник: ведь сейчас пробило двенадцать часов!

– А, вот вы о чем! Ну, разумеется, раз полночь наступила, значит, теперь уже понедельник.

– Не везде, – вмешался другой гость, моряк. – Здесь у нас, в Москве, понедельник, но в Ленинграде еще воскресенье: там сейчас половина двенадцатого.

– Правильно, – согласился хозяин, – теперь понедельник только на восток от нас: в Нижнем, в Перми, в Красноярске…

– В Красноярске понедельник начался четыре часа назад, – пояснил моряк. – А в Петропавловске понедельник наступил уже восемь часов назад. Кстати, как вы думаете, где понедельник всего раньше наступает?

– В самом деле! – воскликнул хозяин. – А вот еще интересный вопрос: чем дальше на восток, тем понедельник наступает раньше. А между тем на запад от нас простирается еще воскресенье. Значит, должна же где-нибудь проходить граница между воскресеньем и понедельником: ведь Земля круглая. Где же эта граница?

– Там, где начинаются дни недели, – ответил моряк.

– Я не знаю, как решается эта задача, – заметила одна гостья, – но мне вспоминается интересный рассказ Эдгара По о «Трех воскресеньях на одной неделе». Два моряка вернулись из кругосветного плавания и сошлись вместе. Один объехал земной шар с запада на восток, другой – с востока на запад; оба оказались в некотором пункте в один и тот же день. Но каждый из двух путешественников называл этот день иначе. Тот, который объехал Землю с запада на восток, совершил лишний оборот вокруг земной оси; он лишний раз видел восход Солнца, и потому он насчитал одним днем больше, чем следует. Он убежден, что воскресенье было вчера, между тем как оно наступило только сегодня. Другой моряк, прибывший с востока и, следовательно, все время двигавшийся против вращения Земли, сделал вокруг земной оси одним

оборотом меньше, чем успела за то же время сделать Земля; он видел восход Солнца одним разом меньше, и в его счете дней одного не хватает. Потому он убежден, что воскресенье будет только завтра, хотя оно наступило уже сегодня. Вот и получилось на одной неделе три воскресенья: вчера, сегодня и завтра…

– Это возможно только в фантастическом рассказе, – ответил гостье моряк. – У Жюля Верна, в романе «Вокруг света в 80 дней», герой тоже сбился со счета дней и не подозревал, что приехал на целые сутки раньше. Впрочем, в старину подобные ошибки были возможны. Со спутниками Магеллана произошел именно такой случай: объехав вокруг света, они привезли с собой в Португалию четверг вместо пятницы. Но в наши дни ничего подобного не может случиться.

– Почему же? – раздались голоса.

– Вам это станет ясно, если вы ответите сначала на вопрос: где начинается понедельник?

И в самом деле, читатель, где на земном шаре начинаются дни недели? Где раньше всего происходит смена одного дня другим?

4. Наперегонки с Землей

Может ли человек состязаться с земным шаром в его суточном движении вокруг оси? Может ли человек «перегнать Землю»[3] если не пешком, то, например, на быстро мчащемся автомобиле?

Заодно ответьте и на такие вопросы. Может ли человек, находясь на Земле, увидеть Солнце восходящим с запада? И прав ли был Кольцов, когда восклицал:

> Но, увы, не взойдет
> Солнце с запада!

5. Закат солнца

Посмотрите на изображенный здесь закат Солнца (рис. 1) и скажите: правильно ли он нарисован?

В этом рисунке есть одна несообразность, которую вам и нужно обнаружить.

Рис. 1. Закат Солнца: все ли правильно на рисунке?

6. Турецкий флаг

Вам, конечно, знаком турецкий флаг. На нем изображен серп молодого месяца, а между рогами лунного серпа – звезда (рис. 2).

Замечаете ли вы, что в изображении турецкого флага есть явная несообразность? В чем она состоит?

Рис. 2. Турецкий флаг

7. Задача-шутка

Где на Земле легче всего живется?

Эта задача похожа на загадку или на задачу-шутку типа: «Почему птица летает?» (По чему? – По воздуху). Но наш вопрос не совсем такого рода. Если хорошенько подумать, то на него можно дать разумный, вполне обоснованный ответ.

Какой?

8. Закат Луны

Вы видите на рис. 3 тропический ландшафт со странным изображением лунного серпа у горизонта.

Рис. 3. Закат Луны: все ли правильно на рисунке?

Правильно ли нарисована эта картинка? Нет ли здесь какой-нибудь несообразности?

9. Броненосец

Броненосец водоизмещением в 20 000 тонн… Но вы, быть может, не знаете, что такое «водоизмещение» и что такое «тонна»? Водоизмещением называют вес той воды, которую судно вытесняет, когда плавает. А так как плавающее тело, по закону Архимеда, вытесняет ровно столько воды, сколько оно весит, то «водоизмещение» прямо указывает вес самого судна. А что такое «тонна»? Мера веса в 1000 килограммов. Когда вы читаете, что судно имеет «водоизмещение в 20 000 тонн», это значит, что оно само (как и вода, вытесняемая им при плавании) весит 20 000 тонн.

Итак, броненосец водоизмещением в 20 000 тонн, стоявший раньше в Архангельске, прибыл в экваториальные воды. Известно, что с приближением к экватору все тела становятся легче; разница в весе на широте Архангельска и на экваторе равна $^{1}/_{250}$, т. е. гиря в 1 килограмм из Архангельска, перенесенная на экватор, будет весить на 4 грамма меньше.

Можете ли вы сказать, сколько тонн воды будет вытеснять наш броненосец в экваториальных водах?

10. Пароход и пловец на Луне

На Луне все вещи весят в 6 раз меньше, чем на Земле, так как Луна в 6 раз слабее притягивает к себе тела, чем наш земной шар. Килограмм, перенесенный на Луну, весил бы там всего 160 граммов.

Вообразите, что на Луне существует озеро с пресной водой. На озеро спущен пароход, который в земных пресноводных озерах имеет осадку 3 метра. Как глубоко будет сидеть наш пароход в воде лунного озера?

Заодно решите еще и такую задачу: где не умеющий плавать человек может утонуть скорее – в земном озере или в нашем воображаемом лунном?

Решения задач 1-10

1. Место на Земле, откуда во все стороны горизонта простирается юг – это… Северный полюс! И действительно: ведь Северный полюс есть самая северная точка земного шара, и, следовательно, все точки в его окрестности лежат южнее. Когда отважный полярный путешественник Пири в 1912 году водружал в этом пункте английский флаг, их со всех сторон окружал юг: «везде и всюду нескончаемый юг».

2. Не 6 часов, а гораздо меньше, и вот почему. Между Нью-Йорком и Сан-Франциско разница во времени $3^1/_4$ часа. Когда нью-йоркские банки открываются, т. е. в 10 часов утра, тогда в Сан-Франциско еще спят: там без четверти 7 часов утра. И только в четверть второго конторский служащий Нью-Йорка может позвать к телефону своего товарища из Сан-Франциско, где сейчас только открылись двери контор. В 4 часа нью-йоркские служащие уже покидают конторы, и жители Сан-Франциско не могут вызвать их по телефону, хотя в этом городе всего только без четверти час. Таким образом, деловые учреждения этих двух городов могут разговаривать между собой в дневное время по $2^1/_4$ часа, хотя открыты в течение 6 часов.

А если бы существовал телефон между Ленинградом и Петропавловском, то им почти совсем невозможно было бы пользоваться! Между этими городами разница во времени 10 часов, так что, когда ленинградцы бодрствуют, петропавловцы спят, и наоборот. Приходилось бы вставать по ночам, чтобы разговаривать по этому междугородному телефону.

3. В Москве пробило двенадцать – только что наступил понедельник; на запад от Москвы всюду простирается еще воскресенье, а на восток – понедельник. Но на шарообразной Земле восток и запад неизбежно должны встретиться; значит, где-то должна быть граница, отделяющая воскресенье от понедельника.

Эта граница существует в самом деле и называется «линией даты»; она проходит через Берингов пролив и тянется по водам Тихого океана в виде изломанной линии, точное направление которой определено международными соглашениями.

На этой воображаемой линии, прорезающей безлюдные пустыни Тихого океана, и совершается впервые на земном шаре смена дней недели, месяцев, лет. Здесь как бы помещаются входные двери нашего календаря: отсюда приходят на землю воскресенья и понедельники, январи и феврали, здесь же находится колыбель Нового года. Здесь раньше, чем где бы то ни было на земном шаре, наступает каждый новый день недели; родившись, он движется на запад, обегает весь земной шар и снова возвращается к месту своего рождения – на этот раз, чтобы соскользнуть с поверхности нашей планеты и исчезнуть в вечности.

Из стран всего мира наша страна раньше всех принимает на свою территорию каждый новый день: на мысе Дежнева каждое утро «воскресенье», только что родившееся в водах Берингова пролива, вступает в населенный мир, чтобы начать свое шествие через все части света. И здесь же, у восточной оконечности русской Азии, дни умирают, исполнив свою 24-часовую службу.

Некогда Карл V хвастался тем, что в его владениях не заходит Солнце. Мы с большим правом могли бы гордиться тем, что владеем колыбелью нарождающихся дней; в пределах России совершается смена одного дня недели другим на суше.

Итак, вот где происходит смена дней недели. Что же делают мореплаватели, когда пересекают эту «линию даты»? Чтобы не сбиваться в счете дней подобно спутникам Магеллана, моряки пропускают один день недели, если едут с востока на запад; когда же пересекают «линию даты» с запада на восток, то дважды считают один и тот же день недели, т. е. после воскресения опять празднуют воскресенье. Вот почему невозможны в действительности истории, рассказанные Эдгаром По в «Трех воскресеньях на одной неделе» и Жюлем Верном в романе «Вокруг света в 80 дней».

4. Перегнать Землю в ее суточном вращении вокруг оси вполне возможно на современном гоночном автомобиле, пробегающем свыше 200 километров в час (55 метров в секунду), или, еще лучше, на аэроплане, который может лететь со скоростью 300 километров в час и более. Конечно, этого нельзя сделать на экваторе, точки которого движутся со скоростью 460 метров в секунду. Но это вполне возможно уже на 83 широты и севернее. Здесь автомобилист, мчащийся в своем

моторе с востока на запад, будет видеть солнце неподвижно висящим в небе и не приближающимся к закату[4].

Земля, конечно, продолжает вращаться, но автомобилист будет отъезжать на столько же в обратную сторону и, следовательно, по отношению к Солнцу будет оставаться неподвижным.

При еще большей скорости автомобилист мог бы перегнать Землю и увидеть новое чудо: Солнце, восходящее не с востока, а с запада! Земля под колесами автомобиля будет вращаться по-прежнему с запада на восток, но сам автомобиль будет двигаться вокруг земной оси с востока на запад.

5. Несообразность рисунка состоит в том, что лунный серп обращен своей выпуклой стороной не к Солнцу, а от Солнца. Ведь Луна освещается Солнцем, значит, она никак не может быть обращена к нему своей неосвещенной стороной…

«Большинство живописцев, – замечает по этому поводу известный французский астроном Фламмарион, – не знают этого, потому что не проходит года, чтобы в Парижском Салоне (зал для выставок) не появлялось большого числа лун в обратном положении».

6. Явная несообразность турецкого флага заключается в том, что звезда на изображении слишком близко придвинута к лунному серпу. В таком положении Луна и звезда на небе быть не могут. Луна не прозрачна, сквозь нее нельзя видеть звезды; значит, никакая звезда не может сиять внутри круга Луны.

На рис. 4 показано, как должны быть расположены лунный серп и звезда, чтобы картина соответствовала действительности.

Рис. 4. Звезда не может быть расположена так, как на турецком флаге: Луна не прозрачна

Надо отодвинуть звезду от наружного края серпа больше, чем на целый поперечник Луны. А между тем на турецком флаге звезда сияет как раз между рогами месяца!

7. Из всех мест земного шара легче всего живется, конечно, на экваторе – по той простой причине, что там все предметы становятся легче.

Паровоз, весящий в Москве 60 тонн, становится по прибытии в Архангельск на 60 килограммов тяжелее, а в Одессе – на столько же легче.

Кто же похищает у паровоза эти 60 килограммов? Главным образом – «центробежная сила»; она уменьшает вес всякого тела близ экватора на $^{1}/_{250}$ долю по сравнению с его весом у полюсов. А так как земной шар у экватора немного вздут, т. е. поверхность Земли находится там дальше от центра планеты, чем на полюсе, то это еще немного уменьшает вес предметов. В общей сложности, потеря веса на

экваторе достигает $^1/_{250}$ от веса того же тела на полюсе.

На этом основании какой-то затейник объявил однажды, что знает способ вполне законно и честно обвешивать покупателей. Секрет состоит в том, чтобы покупать товары в экваториальных странах, а продавать их поближе к полюсам. Килограмм, будучи перенесен с экватора на полюс, прибавит в весе на целых 5 граммов – если только пользоваться для взвешивания не весами с коромыслом, а пружинными (и притом непременно своего «южного» изготовления). Иначе, конечно, никакой выгоды не получится: на весах с гирями товар станет тяжелее, но настолько же тяжелее сделаются и гири.

Едва ли можно разбогатеть на такой торговле, но по существу шутник прав, так как тяжесть действительно увеличивается с удалением от экватора, где «всего легче живется на свете».

8. Как ни странно, но лунный серп изображен на рисунке совершенно верно. Это *тропический* ландшафт, а под тропиками положение лунного серпа отличается от положения его в наших широтах. У нас молодой месяц обращен горбушкой вправо, а серп убывающей Луны – влево. В тропических же странах лунный серп висит на небе *горизонтально.*

Происходит это вот почему. В наших странах Солнце и Луна (и вообще все светила) при своем суточном движении по небу идут по наклонным кругам; поэтому вечером Солнце, освещающее Луну, находится под горизонтом в *косом направлении:* оно освещает Луну справа или слева, серп обращен влево или вправо. Для наблюдателя на экваторе же все светила движутся по вертикальным дугам; Солнце, освещающее Луну, расположено над горизонтом не справа или слева от нее, а *под нею.* Луна освещается снизу, и поэтому лунный серп имеет там форму гондолы, как изображено на нашем рисунке.

Кто живет на юге – в Крыму, на Кавказе, в Туркестане, – тот замечал, вероятно, что серп там нередко имеет на небе положение, сходное с изображенным на рисунке. Чем ближе к тропикам, тем более отвесно движутся светила по небу.

9. Перейдя из Белого моря в экваториальные воды, броненосец сделается на $^1/_{250}$ легче. Но ровно на столько же делается легче и вода:

она тоже весит близ экватора на $^{1}/_{250}$ меньше, чем в Белом море. Значит, водоизмещение броненосца в течение всего времени плавания останется одним и тем же: 20 000 тонн.

10. Пароход сделался бы на Луне в 6 раз легче – но это вовсе не значит, что он будет гораздо мельче сидеть в лунном озере. Ведь и вода должна была бы на Луне весить в 6 раз меньше, чем на Земле. Плавающее тело вытесняет столько воды, сколько оно весит (закон Архимеда); следовательно, ничто не должно измениться в степени погружения парохода – он будет иметь осадку, равную тем же трем метрам.

Точно так же ничто не изменится и для пловца: его вес уменьшится во столько же раз, во сколько раз уменьшится вес вытесняемой им воды. А значит, плавучесть человека будет в лунном озере та же, что и в земном. Утонуть и там и здесь одинаково легко.

---

notes

Примечания

1

Данные относятся к 1924 г. – *Прим. ред.*

2

Козьмы Пруткова.

3

Точнее, не перегнать, а отстать, т. е. двигаться по поверхности Земли в сторону, обратную ее движению, так быстро, чтобы увеличить для себя продолжительность суток.

4

Человек может перегнать Землю и пешком – в 50 километрах от полюса.